

# 魔法三角形城堡：对称探险之旅

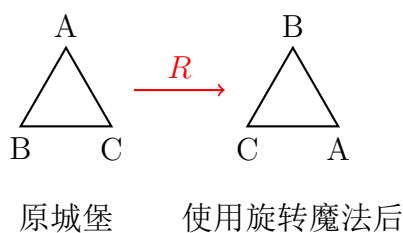
## 小小数学家训练营

### 欢迎来到魔法三角形城堡！

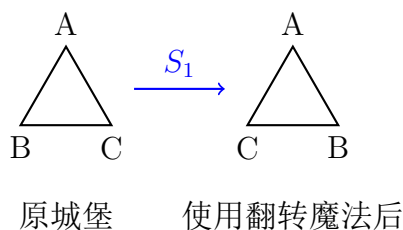
在这个城堡里，一切都是由神奇的等边三角形组成的。你将成为城堡的守护者，学习使用两种魔法来移动和保护城堡！

#### 1 两种守护者魔法

- 旋转魔法 ( $R$ ): 让城堡顺时针旋转  $120^\circ$  (就像时钟走动一样)。

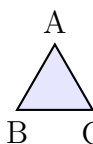


- What is  $R^{-1}$ ? Answer: \_\_\_\_\_
- What is  $R^2$ ? Answer: \_\_\_\_\_
- What is  $R^3$ ? Answer: \_\_\_\_\_
- 翻转魔法 ( $S_1$ ): 像照镜子一样，让城堡沿着过 A 的对称轴翻过来。(找到这个对称轴！)



- What is  $S_1^{-1}$ ? Answer: \_\_\_\_\_
- What is  $S_2$ ? Draw it!
- What is  $S_3$ ? Draw it!

## 2 魔法组合挑战



现在，让我们来试试连续使用两种魔法会发生什么！我们默认从 B C 开始。

### 2.1 挑战一：先旋转，再翻转



1. 原城堡      2. 旋转后      3. 再翻转后

问：最终结果和直接使用哪一种单一魔法效果相同？

答案：\_\_\_\_\_

### 2.2 挑战二：先翻转，再旋转



1. 原城堡      2. 翻转后      3. 再旋转后

问：最终结果和直接使用哪一种单一魔法效果相同？

答案：\_\_\_\_\_

## 守护者发现

通过上面的挑战，你发现了吗？无论你以什么顺序组合这些魔法，最终城堡都只会变成 6 种不同的样子，不会多也不会少。你还可以进一步列出它们的乘法表哦！

这就是魔法三角形城堡的终极秘密！你已经用自己的智慧发现了它！

## 对称群元素说明

- **1**: 恒等变换（什么都不做）
- **R**: 绕中心顺时针旋转  $120^\circ$
- **R<sup>2</sup>**: 绕中心顺时针旋转  $240^\circ$ （或逆时针旋转  $120^\circ$ ）
- **S<sub>1</sub>**: 关于通过位置 1 的对称轴反射
- **S<sub>2</sub>**: 关于通过位置 2 的对称轴反射
- **S<sub>3</sub>**: 关于通过位置 3 的对称轴反射

## 对称群乘法表

$\circ$	<b>1</b>	<b>R</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>S<sub>1</sub></b>	<b>S<sub>2</sub></b>	<b>S<sub>3</sub></b>
<b>1</b>	1	$R$	$R^2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$
<b>R</b>	$R$	$R^2$	1	$S_3$	$S_1$	$S_2$
<b>R<sup>2</sup></b>	$R^2$	1	$R$	$S_2$	$S_3$	$S_1$
<b>S<sub>1</sub></b>	$S_1$	$S_2$	$S_3$	1	$R$	$R^2$
<b>S<sub>2</sub></b>	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$R^2$	1	$R$
<b>S<sub>3</sub></b>	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$R$	$R^2$	1